



Metsolver.com

lmarin@metsolver.com
www.metsolver.com

Simulación de un circuito de flotación primaria

Luis Marín Escalona

Julio de 2007

TABLA DE CONTENIDOS

Introducción Teórica	4
Descripción del Problema	7
Análisis del problema	12
Desarrollo de la simulación	22
Desarrollo de la optimización	23
Ventajas y desventajas del modelo de simulación desarrollado	24
Discusiones	26
Conclusiones	27

RESUMEN

En los últimos años, la Simulación de procesos en estado estacionario ha llegado a ser una herramienta fundamental para el diseño de procesos metalúrgicos. La Simulación de procesos está jugando un papel muy importante en la industria minera - metalúrgica, como una herramienta adecuada y oportuna para el diseño, caracterización, optimización y monitoreo del funcionamiento de procesos a nivel industrial.

El presente informe está enfocado principalmente a la Simulación de una planta de flotación primaria de minerales de cobre, en estado estacionario, en base a los datos operacionales de la planta de flotación primaria de la Compañía Minera Dona Inés de Collahuasi.

INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Simulación de procesos metalúrgicos

La Simulación de procesos puede ser definida como una técnica para evaluar en forma rápida un proceso con base en una representación del mismo, mediante modelos matemáticos. La solución de éstos se lleva a cabo con la ayuda de ordenadores, los que permiten tener un mejor conocimiento del comportamiento de dichos procesos. El número de variables que aparecen en la descripción matemática de una planta de procesos metalúrgicos puede ser extremadamente elevado, y el número de ecuaciones no lineales que deben resolverse pueden ser del orden de miles, por lo tanto la única forma viable de resolver el problema es por medio de una computadora.

La crisis del petróleo de los años setenta obligó a la industria en general a enfocar sus esfuerzos en ser estratégicamente más eficientes, iniciándose así una etapa de desarrollo tecnológico encaminado a mejorar los procesos existentes y a diseñar otros procesos más eficientes. Este fue el origen que motivó el desarrollo en Simulación de procesos. El comienzo fue lento y se dio en forma conceptual, experimental y académica en algunas compañías y universidades.

En los últimos años, la Simulación de procesos en estado estacionario ha llegado a ser una herramienta fundamental para el diseño de procesos metalúrgicos. La Simulación de procesos está jugando un papel muy importante en la industria minera - metalúrgica, como una herramienta adecuada y oportuna para el diseño, caracterización, optimización y monitoreo del funcionamiento de procesos a nivel industrial.

El presente trabajo está enfocado principalmente a la Simulación de procesos en estado estacionario.

La Simulación de procesos metalúrgicos es una herramienta moderna que se ha hecho indispensable para la solución adecuada de los problemas de proceso. Permite efectuar el análisis de plantas metalúrgicas en operación y llevar a cabo las siguientes tareas, las cuales son comunes en las diversas aéreas de la industria minero - metalúrgica:

- a) Detección de cuellos de botella en la producción.
- b) Predicción de los efectos de cambios en las condiciones de operación y capacidad de la planta.
- c) Optimización de las variables de operación.
- d) Optimización del proceso cuando cambian las características de los insumos y/o las condiciones económicas del mercado.
- e) Análisis de nuevos procesos para nuevos productos.
- f) Evaluación de alternativas de proceso para reducir el consumo de energía.
- g) Análisis de condiciones críticas de operación.
- h) Transformación de un proceso para desarrollar otras materias primas.
- i) Análisis de factibilidad y viabilidad de nuevos procesos.
- j) Optimización del proceso para minimizar la producción de desechos y contaminantes.
- k) Entrenamiento de operadores o ingenieros de proceso.
- l) Investigación de la factibilidad de automatización de un proceso.

En principio la simulación de procesos puede ser útil en todas las etapas del desarrollo de un proyecto industrial. En las diferentes etapas de un proyecto puede haber necesidad de realizar simulaciones con diferentes niveles de sofisticación. La simulación de procesos puede usarse en las siguientes etapas de desarrollo de un proyecto industrial:

1. Investigación y desarrollo. Una simulación sencilla se puede usar para probar la factibilidad técnica y económica del proyecto.
2. Etapa crítica en la toma de decisiones. Se prueban diferentes alternativas de proceso y condiciones de operación y se toman decisiones simulando si un proceso es económicamente atractivo, para lo cual se deben probar diferentes alternativas de tamaño y localización de la planta industrial y determinar las condiciones de operación óptimas.

3. Planta piloto. Simulación con modelos más sofisticados para obtener mejores estimaciones de las condiciones de operación a escala industrial.
4. Diseño. La simulación proporciona todos los datos de proceso requeridos para el diseño detallado de los diferentes equipos.
5. Simulación de plantas existentes. Puede ser muy útil cuando es necesario cambiar las condiciones de operación. o cuando se quieren sustituir materias primas.

Hay tres tipos de problemas que pueden resolverse por medio de Simulación de procesos.

1. En la simulación de un problema deben especificarse las variables asociadas con los flujos de alimentación y las variables de diseño de los procesos unitarios. Las incógnitas son las variables asociadas con todos los flujos adicionales con los flujos del producto que salen del proceso. Es decir se conocen las entradas, los parámetros de los equipos y las incógnitas con las condiciones de los flujos de salida.
2. El problema de diseño es similar al problema de simulación, excepto que algunas de las variables de diseño no están especificadas y se imponen restricciones a algunas variables. El número de restricciones es igual al número de variables de diseño sin especificar.
3. En el plan de optimización, las variables asociadas con las flujos de alimentación y las variables de diseño pueden no estar especificadas, entonces es necesario agregar una función de costo al modelo. Las variables sin especificar se determinan de modo que se minimiza la función objetivo. En este caso, se pueden especificar restricciones de igualdad y desigualdad.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El proceso de flotación de minerales

Los objetivos de las etapas de flotación son concentrar y recuperar, objetivos que se logran ordenando los bancos de celdas en circuitos recuperadores y concentradores.

Los circuitos de flotación primaria se denominan rougher, en los cuales se elimina gran parte de la ganga, y se logran altas recuperaciones. Debido a que se opera con la mayor granulometría posible compatible con el proceso, el concentrado rougher está constituido por middling. Por lo tanto, son de bajas leyes y deben continuar a otras etapas de enriquecimiento. A este circuito llega la alimentación al proceso de flotación y, a menudo, concentrados scavenger o colas de limpieza. Las colas rougher pueden ser colas finales o bien, alimentadas a circuitos scavenger.

En los circuitos scavenger o secundarios, el objetivo es aumentar la recuperación desde las colas o relaves rougher. Producen colas finales del proceso y un concentrado que puede juntarse con la alimentación de flotación, o a una etapa de remolienda y posterior tratamiento.

En los circuitos cleaner o de limpieza pretenden aumentar la ley de los concentrados rougher o scavenger, a fin de alcanzar un producto con las características que requiere el mercado, o la etapa del proceso siguiente (en el caso de concentrados de cobre, los requerimientos de fundición). Normalmente, se requiere de un grado de liberación que el circuito rougher.

Circuitos de flotación

El proceso de flotación puede requerir el uso de un circuito cerrado inverso con flotación intermedia, apto para mejorar las recuperaciones metalúrgicas de mineral sulfurado polimetálico.

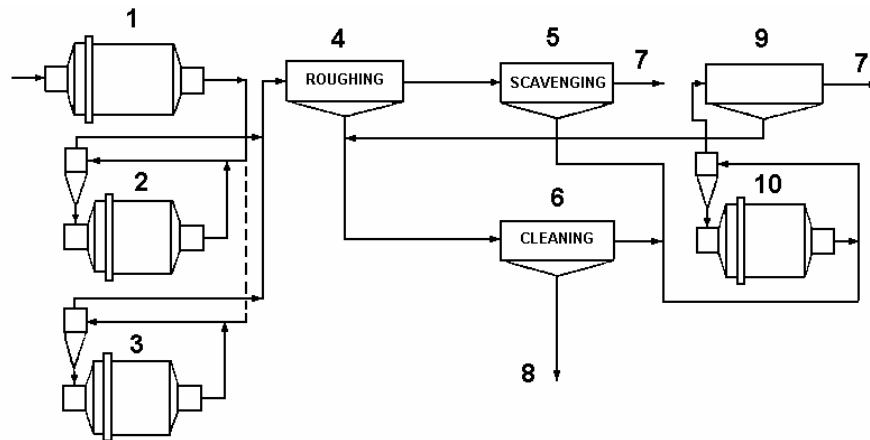
Estas recuperaciones son generalmente inferiores para las especies más densas. Un ejemplo lo constituye el sistema plomo, zinc, plata, ganga, donde los sulfuros de plata y plomo, presentan pérdidas grandes en las fracciones granulométricas más finas. Esto es debido a que en los circuitos convencionales se usan hidrociclones, los que por su principio de funcionamiento las partículas finas y densas se clasifican mayormente que las arenas, por lo que experimentan un mayor grado de molienda en el circuito, y generan sobremolienda de estas especies que se recuperan ineficientemente en la flotación.

Se producen altas cargas circulantes de las especies más densas (hasta 1000%), por lo que su granulometría llega a ser muy fina.

Se forman lamas que son las especies minerales sobremolidas y es sabido que las partículas muy finas tienen tendencia a una mejor adherencia, tipo tangencial a las burbujas de aire por lo que disminuye su recuperación.

Para reducir la producción de lamas, y mejorar su metalurgia se puede disminuir la carga circulante global clasificando con zarandas finas la descarga gruesa de los hidrociclones. Una alternativa es separar selectivamente las especies densas por gravimetría o celdas unitarias de flotación a la descarga del molino.

De este modo se logra eliminar del circuito de molienda las especies que hayan alcanzado la liberación adecuada.



- | | |
|-------------------------------|---------------------------|
| 1. Molino de bolas | 6. Limpieza |
| 2. Molino de bolas primario. | 7. Colas finales. |
| 3. Molino de bolas secundario | 8. Concentrado. |
| 4. Flotación Primaria. | 9. Recirculación |
| 5. Flotación Secundaria | 10. Molino de remolienda. |

Flotación de sulfuros y metales preciosos

Los metales preciosos se encuentran en pequeños porcentajes en los sulfuros minerales conteniendo plomo, zinc, cobre, molibdeno, cobalto, níquel y hierro, los que son generalmente separados y concentrados por flotación (plata en el concentrado de plomo y oro en el concentrado de cobre).

El procesamiento de estos minerales se realiza en base a los siguientes procedimientos:

1. La molienda primaria se realiza con el objeto de producir partículas, lo más gruesas posibles para dar un grado de liberación económica.
2. El proceso de concentración, generalmente flotación, es diseñado para producir un concentrado consistente predominantemente de minerales valiosos y una fracción medianía que puede requerir una molienda adicional para producir una separación óptima de los minerales.
3. La selección de los reactivos químicos (colectores, espumantes, etc.) necesarios para la separación de los sulfuros minerales de la ganga, es generalmente complejo, y pueden llegar a usarse hasta 6 u 8 de ellos, como en el caso de la separación del plomo y la molibdenita.
4. Los reactivos químicos usados son generalmente caros debido a su alta selectividad para sulfuros minerales.
5. El desarrollo del proceso es dependiente de varios factores, como la ley de la mena y la composición mineralógica. Los metales preciosos pueden estar contenidos en la matriz del sulfuro mineral junto con metales base y éstos ocurrir en asociación, lo que requiere una molienda muy fina para separarlos.
6. La extracción de los metales preciosos asociados a estos sulfuros se complica por la presencia de altos contenidos de pirita, de minerales oxidados o secundarios, y de impurezas como As, Sb, Bi y Hg, de minerales de cobre, proporción de sulfuros de hierro, grado de oxidación y la naturaleza de los minerales de ganga no sulfúricos.

Para los tipos de menas mencionados, los metales preciosos, tienen un efecto poco importante en la selección de los reactivos. En casos particulares, puede involucrar el agregado de un colector auxiliar para aumentar la recuperación, por ejemplo adición de mercaptobenzotiazol al usual tionocarbonato en ciertas menas de alto contenido de plata.

Aparte de las menas donde el oro es un constituyente menor de un concentrado de sulfuro, los minerales de oro para flotación pueden ser en dos clases:

1. Menas de oro libre donde los sulfuros se han oxidado completamente.
2. Menas en donde el oro metálico libre y telururos pueden estar presentes pero la mayoría del oro está asociado con sulfuros, especialmente pirita, arsenopirita y pirrotita.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

Deducción del modelo matemático

Para efectuar el análisis de nuestro sistema, es necesario obtener un modelo matemático que lo represente. En otras palabras, en esta etapa del estudio, nuestro objetivo se basa en obtener una ecuación matemática o un conjunto de ellas en base a las cuales podamos conocer el comportamiento del sistema.

Es necesario comentar que el modelo matemático que se desarrolla a partir de un sistema no es único, debido a lo cual se pueden lograr representaciones diferentes del mismo proceso.

Estas diferentes representaciones no contradicen una a la otra. Ambas contienen información complementaria por lo que se debe encontrar aquella que proporcione la información de interés para cada problema en particular.

Dentro de este contexto, por lo general se emplea la representación en "variables de estado" aunque no por ello el método de "relación entrada-salida" deja de ser interesante a pesar de proporcionar menor información de la planta.

Para uniformizar criterios respecto a las denominaciones que reciben los elementos que conforman un sistema de control es necesario tener en mente las siguientes definiciones:

Planta: Cualquier objeto físico que ha de ser controlado.

Proceso: Operación o secuencia de operaciones, caracterizada por un conjunto de cambios graduales que llevan a un resultado o estado final a partir de un estado inicial.

Sistema: Combinación de componentes que actúan conjuntamente y cumplen un objetivo determinado.

Perturbación: Es una señal que tiende a afectar adversamente el valor de la salida de un sistema.

Servomecanismo: Sistema de control realimentado cuya salida es una posición mecánica.

Deducción de las ecuaciones de balance de flujos y masa, mediante el método de polinomios de Lagrange.

Ecuaciones de balance de flujos

$$Flujo_1 + Flujo_2 = Flujo_3$$

$$Flujo_4 + Flujo_5 = Flujo_3$$

$$Flujo_6 + Flujo_9 = Flujo_4$$

$$Flujo_7 + Flujo_{10} = Flujo_5$$

$$Flujo_9 + Flujo_{10} = Flujo_{11}$$

$$Flujo_7 + Flujo_6 = Flujo_8$$

$$Flujo_{11} + Flujo_8 = Flujo_3$$

Ecuaciones de balance de finos

$$\text{Flujo}_1 C_1 + \text{Flujo}_2 C_2 = \text{Flujo}_3 C_3$$

$$\text{Flujo}_4 C_4 + \text{Flujo}_5 C_5 = \text{Flujo}_3 C_3$$

$$\text{Flujo}_6 C_6 + \text{Flujo}_9 C_9 = \text{Flujo}_4 C_4$$

$$\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_{10} C_{10} = \text{Flujo}_5 C_5$$

$$\text{Flujo}_9 C_9 + \text{Flujo}_{10} C_{10} = \text{Flujo}_{11} C_{11}$$

$$\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_6 C_6 = \text{Flujo}_8 C_8$$

$$\text{Flujo}_{11} C_{11} + \text{Flujo}_8 C_8 = \text{Flujo}_3 C_3$$

Ecuaciones de error para el balance de flujos

$$(\text{Flujo}_1 + \text{Flujo}_2 - \text{Flujo}_3)^2$$

$$(\text{Flujo}_4 + \text{Flujo}_5 - \text{Flujo}_3)^2$$

$$(\text{Flujo}_6 + \text{Flujo}_9 - \text{Flujo}_4)^2$$

$$(\text{Flujo}_7 + \text{Flujo}_{10} - \text{Flujo}_5)^2$$

$$(\text{Flujo}_9 + \text{Flujo}_{10} - \text{Flujo}_{11})^2$$

$$(\text{Flujo}_7 + \text{Flujo}_6 - \text{Flujo}_8)^2$$

$$(\text{Flujo}_{11} + \text{Flujo}_8 - \text{Flujo}_3)^2$$

Ecuaciones de error para el balance de finos

$$(Flujo_1 C_1 + Flujo_2 C_2 - Flujo_3 C_3)^2$$

$$(Flujo_4 C_4 + Flujo_5 C_5 - Flujo_3 C_3)^2$$

$$(Flujo_6 C_6 + Flujo_9 C_9 - Flujo_4 C_4)^2$$

$$(Flujo_7 C_7 + Flujo_{10} C_{10} - Flujo_5 C_5)^2$$

$$(Flujo_9 C_9 + Flujo_{10} C_{10} - Flujo_{11} C_{11})^2$$

$$(Flujo_7 C_7 + Flujo_6 C_6 - Flujo_8 C_8)^2$$

$$(Flujo_{11} C_{11} + Flujo_8 C_8 - Flujo_3 C_3)^2$$

Funcion error para el sistema

$$\begin{aligned} & (Flujo_1 + Flujo_2 - Flujo_3)^2 + (Flujo_4 + Flujo_5 - Flujo_3)^2 + (Flujo_6 + Flujo_9 - Flujo_4)^2 \\ & + (Flujo_7 + Flujo_{10} - Flujo_5)^2 + (Flujo_9 + Flujo_{10} - Flujo_{11})^2 \\ & + (Flujo_7 + Flujo_6 - Flujo_8)^2 + (Flujo_{11} + Flujo_8 - Flujo_3)^2 \\ & + (Flujo_1 C_1 + Flujo_2 C_2 - Flujo_3 C_3)^2 + (Flujo_4 C_4 + Flujo_5 C_5 - Flujo_3 C_3)^2 \\ & + (Flujo_6 C_6 + Flujo_9 C_9 - Flujo_4 C_4)^2 + (Flujo_7 C_7 + Flujo_{10} C_{10} - Flujo_5 C_5)^2 \\ & + (Flujo_9 C_9 + Flujo_{10} C_{10} - Flujo_{11} C_{11})^2 + (Flujo_7 C_7 + Flujo_6 C_6 - Flujo_8 C_8)^2 \\ & + (Flujo_{11} C_{11} + Flujo_8 C_8 - Flujo_3 C_3)^2 \end{aligned}$$

El método para minimizar el error dado por esta función, se basa en los métodos analizados en clases, métodos que apuntan a la búsqueda de un valor que minimice el error obtenido, derivando la expresión anterior, con respecto a cada una de las variables involucradas.

Construcción del polinomio de interpolación de Lagrange

Derivada con respecto al Flujo 1

$$2 \text{ Flujo}_1 + 2 \text{ Flujo}_2 - 2 \text{ Flujo}_3 + 2 (\text{Flujo}_1 C_1 + \text{Flujo}_2 C_2 - \text{Flujo}_3 C_3) C_1$$

Derivada con respecto al Flujo 2

$$2 \text{ Flujo}_1 + 2 \text{ Flujo}_2 - 2 \text{ Flujo}_3 + 2 (\text{Flujo}_1 C_1 + \text{Flujo}_2 C_2 - \text{Flujo}_3 C_3) C_2$$

Derivada con respecto al Flujo 3

$$\begin{aligned} & -2 \text{ Flujo}_1 - 2 \text{ Flujo}_2 + 6 \text{ Flujo}_3 - 2 \text{ Flujo}_4 - 2 \text{ Flujo}_5 - 2 \text{ Flujo}_{11} - 2 \text{ Flujo}_8 \\ & - 2 (\text{Flujo}_1 C_1 + \text{Flujo}_2 C_2 - \text{Flujo}_3 C_3) C_3 - 2 (\text{Flujo}_4 C_4 + \text{Flujo}_5 C_5 - \text{Flujo}_3 C_3) C_3 \\ & - 2 (\text{Flujo}_{11} C_{11} + \text{Flujo}_8 C_8 - \text{Flujo}_3 C_3) C_3 \end{aligned}$$

Derivada con respecto al Flujo 4

$$\begin{aligned} & 4 \text{ Flujo}_4 + 2 \text{ Flujo}_5 - 2 \text{ Flujo}_3 - 2 \text{ Flujo}_6 - 2 \text{ Flujo}_9 \\ & + 2 (\text{Flujo}_4 C_4 + \text{Flujo}_5 C_5 - \text{Flujo}_3 C_3) C_4 - 2 (\text{Flujo}_6 C_6 + \text{Flujo}_9 C_9 - \text{Flujo}_4 C_4) C_4 \end{aligned}$$

Derivada con respecto al Flujo 5

$$\begin{aligned}
& 2 \text{Flujo}_4 + 4 \text{Flujo}_5 - 2 \text{Flujo}_3 - 2 \text{Flujo}_7 - 2 \text{Flujo}_{10} \\
& + 2 (\text{Flujo}_4 C_4 + \text{Flujo}_5 C_5 - \text{Flujo}_3 C_3) C_5 \\
& - 2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_5 C_5) C_5
\end{aligned}$$

Derivada con respecto al Flujo 6

$$\begin{aligned}
& 4 \text{Flujo}_6 + 2 \text{Flujo}_9 - 2 \text{Flujo}_4 + 2 \text{Flujo}_7 - 2 \text{Flujo}_8 \\
& + 2 (\text{Flujo}_6 C_6 + \text{Flujo}_9 C_9 - \text{Flujo}_4 C_4) C_6 + 2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_6 C_6 - \text{Flujo}_8 C_8) C_6
\end{aligned}$$

Derivada con respecto al Flujo 7

$$\begin{aligned}
& 4 \text{Flujo}_7 + 2 \text{Flujo}_{10} - 2 \text{Flujo}_5 + 2 \text{Flujo}_6 - 2 \text{Flujo}_8 \\
& + 2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_5 C_5) C_7 \\
& + 2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_6 C_6 - \text{Flujo}_8 C_8) C_7
\end{aligned}$$

Derivada con respecto al Flujo 8

$$\begin{aligned}
& -2 \text{Flujo}_7 - 2 \text{Flujo}_6 + 4 \text{Flujo}_8 + 2 \text{Flujo}_{11} - 2 \text{Flujo}_3 \\
& - 2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_6 C_6 - \text{Flujo}_8 C_8) C_8 \\
& + 2 (\text{Flujo}_{11} C_{11} + \text{Flujo}_8 C_8 - \text{Flujo}_3 C_3) C_8
\end{aligned}$$

Derivada con respecto al Flujo 9

$$\begin{aligned}
& 2 \text{Flujo}_6 + 4 \text{Flujo}_9 - 2 \text{Flujo}_4 + 2 \text{Flujo}_{10} - 2 \text{Flujo}_{11} \\
& + 2 (\text{Flujo}_6 C_6 + \text{Flujo}_9 C_9 - \text{Flujo}_4 C_4) C_9 \\
& + 2 (\text{Flujo}_9 C_9 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_{11} C_{11}) C_9
\end{aligned}$$

Derivada con respecto al Flujo 10

$$\begin{aligned}
& 2 \text{Flujo}_7 + 4 \text{Flujo}_{10} - 2 \text{Flujo}_5 + 2 \text{Flujo}_9 - 2 \text{Flujo}_{11} \\
& + 2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_5 C_5) C_{10} \\
& + 2 (\text{Flujo}_9 C_9 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_{11} C_{11}) C_{10}
\end{aligned}$$

Derivada con respecto al Flujo 11

$$\begin{aligned}
& -2 \text{Flujo}_9 - 2 \text{Flujo}_{10} + 4 \text{Flujo}_{11} + 2 \text{Flujo}_8 - 2 \text{Flujo}_3 \\
& - 2 (\text{Flujo}_9 C_9 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_{11} C_{11}) C_{11} \\
& + 2 (\text{Flujo}_{11} C_{11} + \text{Flujo}_8 C_8 - \text{Flujo}_3 C_3) C_{11}
\end{aligned}$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 1

$$2 (\text{Flujo}_1 C_1 + \text{Flujo}_2 C_2 - \text{Flujo}_3 C_3) \text{Flujo}_1$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 2

$$2 (\text{Flujo}_1 C_1 + \text{Flujo}_2 C_2 - \text{Flujo}_3 C_3) \text{Flujo}_2$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 3

$$\begin{aligned}
& -2 (\text{Flujo}_1 C_1 + \text{Flujo}_2 C_2 - \text{Flujo}_3 C_3) \text{Flujo}_3 \\
& - 2 (\text{Flujo}_4 C_4 + \text{Flujo}_5 C_5 - \text{Flujo}_3 C_3) \text{Flujo}_3 \\
& - 2 (\text{Flujo}_{11} C_{11} + \text{Flujo}_8 C_8 - \text{Flujo}_3 C_3) \text{Flujo}_3
\end{aligned}$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 4

$$2 (\text{Flujo}_4 C_4 + \text{Flujo}_5 C_5 - \text{Flujo}_3 C_3) \text{Flujo}_4 - 2 (\text{Flujo}_6 C_6 + \text{Flujo}_9 C_9 - \text{Flujo}_4 C_4) \text{Flujo}_4$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 5

$$2 (\text{Flujo}_4 C_4 + \text{Flujo}_5 C_5 - \text{Flujo}_3 C_3) \text{Flujo}_5 \\ - 2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_5 C_5) \text{Flujo}_5$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 6

$$2 (\text{Flujo}_6 C_6 + \text{Flujo}_9 C_9 - \text{Flujo}_4 C_4) \text{Flujo}_6 + 2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_6 C_6 - \text{Flujo}_8 C_8) \text{Flujo}_6$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 7

$$2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_5 C_5) \text{Flujo}_7 \\ + 2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_6 C_6 - \text{Flujo}_8 C_8) \text{Flujo}_7$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 8

$$-2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_6 C_6 - \text{Flujo}_8 C_8) \text{Flujo}_8 \\ + 2 (\text{Flujo}_{11} C_{11} + \text{Flujo}_8 C_8 - \text{Flujo}_3 C_3) \text{Flujo}_8$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 9

$$2 (\text{Flujo}_6 C_6 + \text{Flujo}_9 C_9 - \text{Flujo}_4 C_4) \text{Flujo}_9 \\ + 2 (\text{Flujo}_9 C_9 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_{11} C_{11}) \text{Flujo}_9$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 10

$$2 (\text{Flujo}_7 C_7 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_5 C_5) \text{Flujo}_{10} \\ + 2 (\text{Flujo}_9 C_9 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_{11} C_{11}) \text{Flujo}_{10}$$

Derivada con respecto a la ley de cobre en el flujo 11

$$-2 (\text{Flujo}_9 C_9 + \text{Flujo}_{10} C_{10} - \text{Flujo}_{11} C_{11}) \text{Flujo}_{11} \\ + 2 (\text{Flujo}_{11} C_{11} + \text{Flujo}_8 C_8 - \text{Flujo}_3 C_3) \text{Flujo}_{11}$$

Finalmente podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones, de acuerdo a lo establecido por el método de interpolación de Lagrange.

DESARROLLO DE LA SIMULACIÓN

Deducción de la distribución de probabilidad de las muestras de datos

Para verificar el tipo de distribución de los datos experimentales de los que se dispone para construir nuestro modelo de distribución, se basa en construir una grafica de probabilidad, partiendo del supuesto de que si la distribución en que la grafica esta basada, corresponde a la distribución de nuestra muestra, entonces los puntos de la grafica caerán cerca de una recta. Si la distribución es muy diferente de la empleada para construir la grafica, los puntos deben separarse considerablemente de un patrón lineal.

Grafica Quantile – Quantile para predecir la distribución de probabilidad

Se analizaron dos familias de distribuciones, la distribución Normal y la distribución exponencial, en todos los casos, se concluye a partir de las graficas Quantile - Quantile, que la distribución de probabilidad que mejor se ajusta a nuestros datos es la familia de la distribución normal. En análisis de este Item se encuentra con más detalle en **los anexos de este informe.**

Algoritmo utilizado para la generación de variables aleatorias

Dado que los datos se ajustan a una distribución del tipo normal, el generador de números aleatorios se deduce de la siguiente forma:

Los parámetros utilizaos para poder generar esta distribución son:

μ la media y σ la desviación

Para generar la variable aleatoria que utilice estos parámetros se usa la ecuación:

$$X = \mu + \sigma * c$$

Donde c es un valor aleatorio que se deduce con la siguiente fórmula:

$$c = \sqrt{-2 * \ln(r_1)} * \cos(2\pi r_2)$$

Donde r_1 y r_2 son números aleatorios uniformemente distribuidos entre 0 y 1.

En vista de que este generador de números aleatorios, se encuentra incorporado en Microsoft Excel, el modelo de simulación fue implementado en esta aplicación.

Implementación del modelo de simulación

El modelo de simulación desarrollado, es un modelo recursivo, que toma como base inicialización el modelo matemático de conservación de masa y flujos presentado con anterioridad.

Una vez que se inicializan las variables, es factible ejecutar el modelo de simulación, modelo que se encuentra en los anexos de este informe.

DESARROLLO DE LA OPTIMIZACIÓN

En general el objetivo metalúrgico para todo proceso de concentración es lograr la máxima recuperación de cobre para una ley específica de concentrado.

En este sentido, nuestro modelo de simulación es limitado, y solo nos permite simular solo dos variables operacionales, que son:

1. Los flujos de alimentación
2. Un cambio en la ley de la alimentación a la planta de flotación.

Sin embargo, se debe considerar que dentro de un circuito de flotación de minerales de cobre existen otras variables operacionales como son:

1. Estabilización el circuito
2. Nivel de llenado de las celdas
3. Ancho de espuma
4. Dosificación del espumante y colector(es)

Aumento de un 10% en el flujo de alimentación a la planta

Nuestro modelo de simulación nos permite predecir que un aumento en el flujo de alimentación a la planta, implica un aumento de en la recuperación de cobre.

En efecto, las plantas de flotación primaria, han aumentado el flujo de alimentación al máximo permitido, en vista del aumento sostenido del precio del cobre. A pesar de que la ley de las colas del proceso es superior, económicamente resulta rentable ese incremento en la ley de las colas del proceso.

VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL MODELO DE SIMULACIÓN DESARROLLADO

Ventajas

Las ventajas del modelo desarrollado radican principalmente en los siguientes aspectos:

1. A partir de nuestro modelo de simulación es posible la detección de cuellos de botella en las operaciones involucradas en el proceso.
2. Predecir de los efectos de cambios en las condiciones de operación y capacidad de la planta.
3. Optimizar variables operacionales
4. Analizar condiciones críticas de operación.

Desventajas

Las desventajas del modelo desarrollado radican principalmente en los siguientes aspectos:

Ya que nuestro modelo de simulación, no contempla otras áreas de interés dentro del proceso, como son la simulación de variables que tienen relación con los insumos utilizados, como agentes espumantes, colectores entre otros, no es posible simular y/o optimizar el proceso cuando cambian las características de los insumos y/o las condiciones económicas del mercado.

A raíz de lo anterior, no es posible evaluar la utilización el cambio que podría tener dentro del proceso, la incorporación y el uso de materias primas alternativas y la factibilidad de nuevos procesos.

DISCUSIONES

La base de cualquier modelo de simulación, tiene como origen una muestra de datos. En la práctica esta muestra se obtiene a partir de sistemas automáticos de adquisición, o son recopilados por individuos previamente capacitados para ello.

Por lo tanto resulta fundamental la precisión y la efectividad con la que son recopilados los datos, ya que son la base de nuestra simulación.

CONCLUSIONES

La simulación de procesos, es una herramienta fundamental a la hora de tomar decisiones, ella nos permite:

1. Detectar de cuellos de botella en el desarrollo de un proceso.
2. Predecir los efectos de cambios en las condiciones de operación y capacidad de la planta.
3. Optimizar variables de operacionales
4. Optimizar un proceso cuando cambian las características de los insumos y/o las condiciones económicas del mercado.
5. Analizar nuevos procesos para nuevos productos.
6. Evaluar alternativas de proceso para reducir el consumo de energía.
7. Analizar condiciones críticas de operación.
8. Transformar un proceso para desarrollar otras materias primas.
9. Analizar la factibilidad y viabilidad de nuevos procesos.
10. Optimizar un proceso para minimizar la producción de desechos y contaminantes.
11. Entrenar de operadores de un proceso.
12. Investigar la factibilidad de automatización de un proceso.